Белорусский государственный технологический университет

Кафедра Информационных Систем и Технологий

**Отчет по лабораторной работе №6**

Транспортная задача

Выполнил:

Карленок Ю.А.

2 курс, 4 группа

Проверила:

Павловская К.И.

Минск 2019

**Транспортная задача**

**Задание:**

Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (N) = 6.

**Исходные данные:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| **2** | 16 | 6 | 14 | 11 | 13 | 19 | 119 |
| **3** | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6 | 16 | 10 | 106 |
| **Потребность** | 149 | 113 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

В нашем случае, запасы поставщиков - 720 единиц продукции меньше, чем потребность потребителей - 868 на 148 единиц. Введем в рассмотрение фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным 148. Стоимость доставки единицы продукции от данного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| **2** | 16 | 6 | 14 | 11 | 13 | 19 | 119 |
| **3** | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6 | 16 | 10 | 106 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 149 | 113 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

Теперьвыполняется условие т.е. добавлен фиктивный склад 6.

**А теперь по порядку рассмотрим минимальные элементы матрицы тарифов:**

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-2 и равен 6, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 2 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 119 единиц продукции. Потребность потребителя 2 составляет 113 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 2 будем доставлять min = {119, 113} = 113 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| **3** | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6 | 16 | 10 | 106 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 149 | 0 | 137 | 199 | 101 | 169 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 5-4 и равен 9, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 5 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 5 составляют 106 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 199 единиц продукции.

От поставщика 5 к потребителю 4 будем доставлять min = {106, 199} = 106 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| **3** | 7 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 156 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 149 | 0 | 137 | 93 | 101 | 169 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-1 и равен 7, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 1 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 156 единиц продукции. Потребность потребителя 1 составляет 149 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 1 будем доставлять min = {156, 149} = 149 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9 | 17 | 7 | 174 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 7 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 137 | 93 | 101 | 169 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-6 и равен 7, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 6 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 174 единиц продукции. Потребность потребителя 6 составляет 169 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 6 будем доставлять min = {174, 169} = 172 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9 | 17 | 7|169 | 5 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8 | 17 | 7 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 137 | 93 | 101 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-5 и равен 8, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 7 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 101 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 5 будем доставлять min = {7, 101} = 7 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9 | 17 | 7|169 | 5 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | 0 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 137 | 93 | 94 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-4 и равен 9, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 5 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 93 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 4 будем доставлять min = {5, 93} = 5 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9|5 | 17 | 7|169 | 0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | 0 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9 | 19 | 8 | 165 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 137 | 88 | 94 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-4 и равен 9, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 165 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 88 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 4 будем доставлять min = {165, 88} = 88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9|5 | 17 | 7|169 | 0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13 | 19 | 6 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | 0 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9|88 | 19 | 8 | 77 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 137 | 0 | 94 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-5 и равен 13, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 6 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 94 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 5 будем доставлять min = {6, 94} = 6 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9|5 | 17 | 7|169 | 0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 | 0 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | 0 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9|88 | 19 | 8 | 77 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 137 | 0 | 88 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-3 и равен 16, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 77 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 137 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 3 будем доставлять min = {77, 137} = 77 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9|5 | 17 | 7|169 | 0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 | 0 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | 0 |
| **4** | 10 | 16 | 16|77 | 9|88 | 19 | 8 | 0 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 60 | 0 | 88 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-3 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 148 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 60 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 3 будем доставлять min = {148, 60} = 60 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9|5 | 17 | 7|169 | 0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 | 0 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | 0 |
| **4** | 10 | 16 | 16|77 | 9|88 | 19 | 8 | 0 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0 | 0 | 88 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 0 | 0 | 88 | 0 |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-5 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 88 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 88 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 5 будем доставлять min = {88, 88} = 88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9|5 | 17 | 7|169 | 0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 | 0 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | 0 |
| **4** | 10 | 16 | 16|77 | 9|88 | 19 | 8 | 0 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 | 88 |
| **Потребность** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Заполненные нами ячейки будем называть базисными, остальные - свободными.

Для решения задачи методом потенциалов, количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) должно равняться m + n - 1, где m - количество строк в таблице, n - количество столбцов в таблице.

Количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) равно 11, что и требовалось.

Мы нашли начальное решение, т.е израсходовали все запасы поставщиков и удовлетворили все потребности потребителей.

**Z = 9 \* 5 + 7 \* 169 + 6 \* 113 + 13 \* 6 + 7 \* 149 + 8 \* 7 + 16 \* 77 + 9 \* 88 + 6 \* 106 + 0 \* 60 + 0 \* 88 = 45+1183+678+78+1043+56+1232+792+636=5743 у.е.**

Общие затраты на доставку всей продукции, для начального решения, составляют **5743** у.е.

Дальнейшие наши действия будут состоять из шагов, каждый из которых состоит в следующем:

* Находим потенциалы поставщиков и потребителей для имеющегося решения.
* Находим оценки свободных ячеек. Если все оценки окажутся неотрицательными - задача решена.
* Выбираем свободную ячейку (с отрицательной оценкой), выбор которой, позволяет максимально снизить общую стоимость доставки всей продукции на данном шаге решения.
* Находим новое решение, как минимум, не хуже предыдущего.
* Вычисляем общую стоимость доставки всей продукции для нового решения.

**ПРОИЗВЕДЕМ ОЦЕНКУ ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ.**

Каждому поставщику Ai ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика.

Каждому потребителю Bj ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое потенциалом потребителя.

Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

(ui + vj = cij, где cij - тариф клетки AiBj)

Поскольку, число базисных клеток - **11**, а общее количество потенциалов равно **12**, то для однозначного определения потенциалов, значение одного из них можно выбрать произвольно.

u1 = 0.

u1 + v4 = 9; 0 + v4 = 9; v4 = 9

u4 + v4 = 9; 9 + u4 = 9; u4 = 0

u4 + v3 = 16; 0 + v3 = 16; v3 = 16

u6 + v3 = 0; 16 + u6 = 0; u6 = -16

u6 + v5 = 0; -16 + v5 = 0; v5 = 16

u2 + v5 = 13; 16 + u2 = 13; u2 = -3

u2 + v2 = 6; -3 + v2 = 6; v2 = 9

u3 + v5 = 8; 16 + u3 = 8; u3 = -8

u3 + v1 = 7; -8 + v1 = 7; v1 = 15

u5 + v4 = 6; 9 + u5 = 6; u5 = -3

u1 + v6 = 7; 0 + v6 = 7; v6 = 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9 | 9|5 | 17 | 7|169 | u1=0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 | u2=-3 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | u3=-8 |
| **4** | 10 | 16 | 16|77 | 9|88 | 19 | 8 | u4=0 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | u5=-3 |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 | u6=-16 |
|  | v1=15 | v2=9 | v3=16 | v4=9 | v5=16 | v6=7 |  |

**Найдем оценки свободных ячеек следующим образом:**

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;2): 0 + 9 > 8; ∆12 = 0 + 9 - 8 = 1

(1;3): 0 + 16 > 9; ∆13 = 0 + 16 - 9 = 7

(4;1): 0 + 15 > 10; ∆41 = 0 + 15 - 10 = 5

(5;1): -3 + 15 > 9; ∆51 = -3 + 15 - 10 = 2

max(1,7,5,2) = 7

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;3): 7

Для этого в перспективную клетку (1;3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9  + | 9|5  - | 17 | 7|169 |  |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 |  |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 |  |
| **4** | 10 | 16 | 16|77  - | 9|88  + | 19 | 8 |  |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 |  |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Цикл приведен в таблице (1,3 → 4,3 → 4,4 → 1,4).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1,4) = 5. Прибавляем 5 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 5 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9|5 | 9 | 17 | 7|169 |  |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 |  |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 |  |
| **4** | 10 | 16 | 16|72 | 9|93 | 19 | 8 |  |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 |  |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v6 = 7; 0 + v6 = 7; v6 = 7

u1 + v3 = 9; 0 + v3 = 9; v3 = 9

u4 + v3 = 16; 9 + u4 = 16; u4 = 7

u4 + v4 = 9; 7 + v4 = 9; v4 = 2

u6 + v3 = 0; 9 + u6 = 0; u6 = -9

u6 + v5 = 0; -9 + v5 = 0; v5 = 9

u5 + v4 = 6; 2 + u5 = 6; u5 = 4

u3 + v5 = 8; 9 + u3 = 8; u3 = -1

u2 + v5 = 13; 9 + u2 = 13; u2 = 4

u2 + v2 = 6; 4 + v2 = 6; v2 = 2

u3 + v1 = 7; -1 + v1 = 7; v1 = 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9|5 | 9 | 17 | 7|169 | u1=0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 | u2=4 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | u3=-1 |
| **4** | 10 | 16 | 16|72 | 9|93 | 19 | 8 | u4=7 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | u5=4 |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 | u6=-9 |
|  | v1=8 | v2=2 | v3=9 | v4=2 | v5=9 | v6=7 |  |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(4;1): 7 + 8 > 10; ∆41 = 7 + 8 - 10 = 5

(4;6): 7 + 7 > 8; ∆46 = 7 + 7 - 8 = 6

(5;1): 4 + 8 > 9; ∆51 = 4 + 8 - 9 = 3

(5;6): 4 + 7 > 9; ∆56 = 4 + 7 - 9 = 2

max(5,6,3,2) = 6

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;6): 5

Для этого в перспективную клетку (4;6) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

Цикл приведен в таблице (4,6 → 1,6 → 1,3 → 4,3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9|5  + | 9 | 17 | 7|169  - |  |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 |  |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 |  |
| **4** | 10 | 16 | 16|72  - | 9|93 | 19 | 8  + |  |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 |  |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4,3) = 72. Прибавляем 72 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 72 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9|77 | 9 | 17 | 7|97 |  |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 |  |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 |  |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9|93 | 19 | 8|72 |  |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 |  |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

u1 + v6 = 7; 0 + v6 = 7; v6 = 7

u1 + v3 = 9; 0 + v3 = 9; v3 = 9

u6 + v3 = 0; 9 + u6 = 0; u6 = -9

u6 + v5 = 0; -9 + v5 = 0; v5 = 9

u3 + v5 = 8; 9 + u3 = 8; u3 = -1

u2 + v5 = 13; 9 + u2 = 13; u2 = 4

u2 + v2 = 6; 4 + v2 = 6; v2 = 2

u3 + v1 = 7; -1 + v1 = 7; v1 = 8

u4 + v6 = 8; 7 + u4 = 8; u4 = 1

u4 + v4 = 9; 1 + v4 = 9; v4 = 8

u5 + v4 = 6; 8 + u5 = 6; u5 = -2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | 18 | 8 | 9|77 | 9 | 17 | 7|97 | u1=0 |
| **2** | 16 | 6|113 | 14 | 11 | 13|6 | 19 | u2=4 |
| **3** | 7|149 | 11 | 17 | 14 | 8|7 | 17 | u3=-1 |
| **4** | 10 | 16 | 16 | 9|93 | 19 | 8|72 | u4=1 |
| **5** | 9 | 17 | 15 | 6|106 | 16 | 10 | u5=-2 |
| **6** | 0 | 0 | 0|60 | 0 | 0|88 | 0 | u6=-9 |
|  | v1=8 | v2=2 | v3=9 | v4=8 | v5=9 | v6=7 |  |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(2;4): 4 + 8 > 11; ∆14 = 4 + 8 - 11 = 1

max(1) = 1

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;4): 1

Невозможно построить цикл, который будет удовлетворять условиям построения циклов. Поэтому опорный план является оптимальным.

Z = 9\*77 + 7\*97 + 6\*113 + 13\*6 + 7\*149 + 8\*7 + 9\*93 + 8\*72 + 6\*106 + 0\*60 + 0\*88 = 693+679+678+78+1043+56+837+576+636= **5276**;

Общие затраты на доставку всей продукции, для оптимального решения, составляют **5276.**